

Armonía, belleza y matemáticas: el número áureo

(Epílogo)

Roberto Rodríguez del Río
rrdelrio@mat.ucm.es

*Lo perfecto es enemigo de lo bueno...
Si quieres ser aburrido, cuéntalo todo.*
Voltaire

En una charla de cualquier tipo siempre hay cosas que quedan sin decir. A veces por falta de tiempo, a veces por olvido y a veces simplemente por desconocimiento de quien habla. Aunque también es cierto que la mejor conferencia ---y desde luego así es cuando el contenido tiene que ver con las matemáticas--- no es aquella en la que se demuestra todo lo demostrable ni en la que se desmenuzan todos los casos y subcasos; quizá la mejor sea aquella que consigue remover la curiosidad del oyente, sus ganas de saber más y no sus ganas por no querer saber, algo, esto último, que nos ocurre a los profesores con nuestros alumnos muchas más veces de las que quisiéramos. La intención de este apéndice es la de completar algunas cosas que no se dijeron y, sobre todo, sugerir algunas fuentes para profundizar.

Sean más o menos ciertas algunas de las hipótesis y opiniones que se presentaron en la charla, el número áureo, la idea de belleza, el arte, la música, estén o no relacionados, pueden proporcionar lecturas y actividades muy interesantes, muchas de ellas aprovechables en un aula.

En primer lugar, poesía. En efecto, como apuntó el profesor Nevot, Rafael Alberti escribió un precioso poema sobre la razón áurea que reproduzco a continuación. No lo he hecho, pero quizá pudiera resultar entretenido buscar el número áureo o alguna aproximación a él en la composición del poema. Quizá contando el número de versos, quizá la métrica, quizá el ritmo de su puntuación. Quién sabe. O puede que no haya nada de eso, sino simplemente una poesía llena de ritmo y *armonía*:

A la divina proporción

*A ti, maravillosa disciplina,
media, extrema razón de la hermosura
que claramente acata la clausura
viva en la malla de tu ley divina.*

*A ti, cárcel feliz de la retina,
áurea sección, celeste cuadratura,
misteriosa fontana de medida
que el universo armónico origina.*

*A ti, mar de los sueños angulares,
flor de las cinco flores regulares,
dodecaedro azul, arco sonoro.*

*Luces por alas un compás ardiente.
Tu canto es una esfera transparente.
A ti, divina proporción de oro.*

Rafael Alberti

Libros...

*Uno debe poner la mayor diligencia y el mayor empeño,
todo el sudor de su frente, en lograr que lo creado con el
mayor denuedo parezca haber sido concebido fácilmente,
sin apenas esfuerzo, con la mayor ligereza,
aunque no sea verdad...
y la verdadera regla consiste en hacer un duro sacrificio
para crear algo liviano.
Miguel Ángel, 1538*

Desde el momento en el que decidí hablar sobre el número áureo y la belleza, he dedicado mucho tiempo a leer y buscar información. Aunque hoy en día Internet facilita mucho las cosas y permite ahorrar mucho tiempo, al menos todo el que emplearíamos en buscar fichas en una biblioteca, sigo siendo de los que aprende en los libros.

A continuación pongo una lista de algunos de los libros que he consultado, además de los artículos que se anotaron en la presentación. Algunos los he leído meticulosamente, algunos otros los he ojeado y otros simplemente los he hojeado. Creo que unos son mejores que otros, algunos son excelentes, otros no tan buenos y alguno hay bastante mejorable. Pero estas impresiones no dejan de ser personales, de manera que no voy a comentarlos para que cada cual saque sus propias conclusiones. En muchos de ellos se pueden encontrar muchas ideas que se pueden utilizar en la enseñanza de las matemáticas, en prácticamente todos los niveles, desde la enseñanza primaria hasta la universitaria.

- B. ATALAY. *Las matemáticas y la Mona Lisa*. Almuzara. Madrid, 2008.
- J. BUHIGAS TALLON. *La divina geometría*. Esfera. Madrid, 2008.
- F. CHENG. *Cinco meditaciones sobre la belleza*. Siruela. Madrid, 2006.
- R. A. DUNLAP. *The Golden Ratio and Fibonacci Numbers*. World Scientific. New Jersey, 2003.
- U. ECO. *Historia de la belleza*. Lumen. Barcelona, 2008.
- K. ELAM. *Geometry of Design. Studies in Proportion and Composition*. Princeton Architectural Press. New York, 2001.
- J. V. FIELD. *Piero della Francesca. A Mathematician's Art*. Yale University Press. New Haven, 2005.
- E. H. GOMBRICH. *Historia del arte*. Debate. Madrid, 2006.
- E. H. GOMBRICH. *Norma y forma. Estudios sobre el arte del Renacimiento, I*. Debate. Madrid, 2004.
- P. HEMENWAY. *El código secreto. La misteriosa fórmula que rige el arte, la naturaleza y la ciencia*. Evergreen. Barcelona, 2008.
- H. E. HUNTLEY. *The divine proportion. A study in mathematical beauty*. Dover. New York, 1970.
- M. LIVIO. *La ecuación jamás resuelta*. Ariel. Barcelona, 2007.
- M. LIVIO. *La proporción áurea. La historia de Phi, el número más sorprendente del mundo*. Ariel. Barcelona, 2006.
- M. LUNDY. *Sacred Geometry*. Walker Books. New York, 2007.
- D. MEREZHKOVSKI. *El romance de Leonardo. El genio del renacimiento*. Edhasa. Barcelona, 1997.
- R. MORENO CASTILLO. *Fibonacci. El primer matemático medieval*. Nivola. Madrid, 2004.

C. NOOTEBOOM. *El enigma de la luz. Un viaje en el arte*. Siruela. Barcelona, 2009.

P. ODIFREDDI. *Pluma, pincel y batuta. Las tres envidias del matemático*. Alianza Editorial. Madrid, 2007.

A. S. POSAMENTIER, I. LEHMANN. *The (Fabulous) Fibonacci Numbers*. Prometheus Books. New York, 2007.

D. SASSOON. *Mona Lisa. Historia de la pintura más famosa del mundo*. Ares y Mares. Barcelona, 2007.

H. A. SUH (ed.). *Leonardo's Notebooks. Black Dog & Leventhal*. New York, 2005.

H. WALSER. *The Golden Section*. The Mathematical Association of America. Washington, 2001.

y música

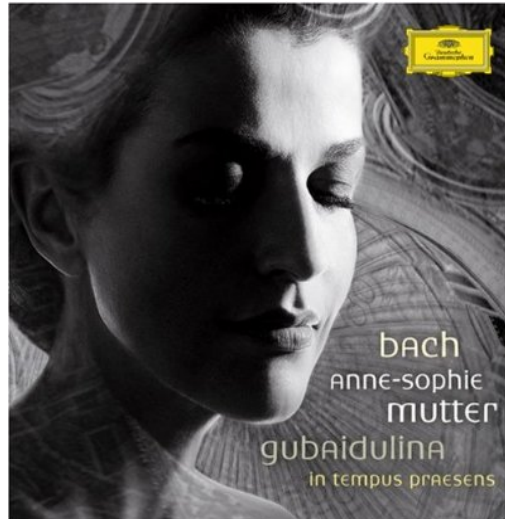
Leer puede resultar una actividad muy placentera, un placer que se puede potenciar si se acompaña de buena música. Se ha especulado mucho con la idea de que la razón áurea aparezca en algunas obras musicales clásicas. A veces, ha sido utilizada deliberadamente para crear música, unas veces con mayor y otras con menor éxito. De la misma manera que ha sido utilizada en arquitectura.

A lo largo de la presentación se mencionaron algunos músicos y algunas obras de música. Quizá se podrían escuchar, como complemento a las lecturas.

Anne-Sophie Mutter y Sofia Gubaidulina

La obra que se mencionó al principio de la presentación, *Stimmenn... verstummen*, no está editada, al menos hasta donde alcanza el conocimiento de quien escribe. Sin embargo, hay una excelente edición del concierto para violín y orquesta, *In tempus praesens*, dedicado a Anne-Sophie Mutter. Esta fue la obra que se interpretó en la segunda parte de ese concierto extraordinario de la Orquesta Nacional que se menciona en la presentación.

El disco cuya portada se pone a continuación contiene esta interpretación del concierto a cargo de la propia Anne-Sophie y, además, la interpretación de los conciertos para violín, cuerdas y bajo continuo en la menor y en mi mayor de Bach. Creo que es una buena propuesta para conocer la técnica de Anne-Sophie Mutter contrastando cómo interpreta a Bach y una obra contemporánea.



Sonatas para piano de Mozart

El número de ediciones de las sonatas para piano de Mozart es siempre mayor que cualquier entero positivo prefijado. Y si no lo es, lo será, porque siguen haciéndose. Hay dos ediciones por las que yo siento un especial cariño, ambas se deben a la pianista portuguesa Maria João Pires.



Maria João Pires, pianista

La primera es una edición de la discográfica Brilliant, grabada en 1974, en la que encontramos a una jovencísima pianista que nos presenta a un Mozart fresco y chispeante. La segunda está compuesta por grabaciones de las sonatas realizadas a lo largo de varios años y editada en 1991 por Deutsche Grammophon, en la que aparece un Mozart íntimo.



Edición 1974



Edición 1991

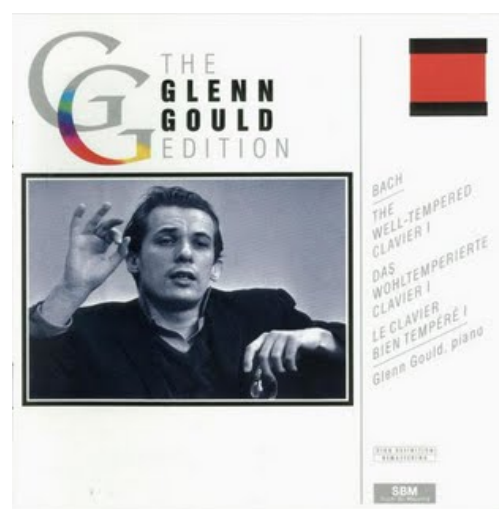
Clave bien temperado de Bach

También el *clave bien temperado* de Bach tiene multitud de ediciones. Mi preferida es la edición del pianista canadiense Glenn Gould (1932-1982). Gould dedicó su corta vida a interpretar las obras para teclado de Bach. Con 32 años, en la cima de su carrera como solista, anunció que no actuaría más en público para dedicarse en cuerpo y alma a las grabaciones en estudio, en las que trabajaba con una obsesión perfeccionista. Y, según mi opinión, sus grabaciones son únicas.

La nave Voyager I, que fue lanzada al espacio en 1977 en búsqueda de vida extraterrestre, lleva una grabación del preludio y fuga número 1 del *clave bien temperado* de Bach interpretada por Glenn Gould. Una buena idea para sugerir al equipo del proyecto MEIGA-METNET. Al fin y al cabo, la música ocupa muy poco espacio y ya no hace falta enviar un disco.



Glenn Gould, pianista



Clave bien temperado

Coda

Comencé hablando de un concierto al que asistí con mi amiga Maribel Martínez y acabaré hablando de ella. A lo largo de los últimos meses Maribel y yo hemos hablado muchas veces sobre las ideas que quería que apareciesen en la presentación. Cuando le dije que, en algún momento, aunque sólo fuera de pasada, mencionaría a Piero della Francesca, ella me habló de una canción de Javier Krahe, que yo no conocía, en la que se habla, de una manera muy simpática de Piero della Francesca, geómetra y pintor. Así que acabo con la letra de la canción y con mi agradecimiento a Maribel, por esta idea y por tantos y tantos ratos de agradable conversación. Y aunque no pudo ir a escucharme el día de la charla, no cabe duda de que estuvo en todo momento: ella la abrió y ella la cierra.

Piero della Francesca

*Piero della Francesca, geómetra y pintor,
harto de placeres sensuales
y medio muerto de amor y platonismo,
Piero della Francesca, dijo un día:
el dodecaedro me conmueve hasta la ternura.*

*Pues bien, si a Piero lo conmova el dodecaedro
hasta la ternura,
a mí me indigna el pentágono
me chillais trapecios y paralelas
hasta el infantilismo,
me aburre el cuadrilátero,
con esos pugiles,
hasta el bostezo total.*

*Me oprimen las altas esferas
hasta dolerme el pecho,
me ocupan parábolas,
les pongo música,
me dan de comer.*

*Soy socio de un círculo
y voy los lunes,
y amigo de Pı
que viu a Barcelona.*

*Me abruman las pirámides
hasta el cimborrio,
me pesa el cubo.
Y en cuanto al dodecaedro en sí
no sé si he visto alguno.*

*Pero hasta la ternura,
lo que se dice hasta la ternura,
sólo me conmueve el óvalo,
el óvalo de tu cará,
morená, saladá,
morená, saladá,
y también el cono.*

*Y también el cono,
morenó, saladó,
hasta el arrobo.*

Javier Krahe.

Y ahora sí, muchas gracias por vuestra atención.

Septiembre de 2009